Тема: Построение графиков функций

Цель работы: Изучение графических возможностей пакета Ms Excel. Приобретение навыков построения графика функции на плоскости средствами пакета.

Варианты в заданию:

№	f1(x)	f2(x)	f3(x)	f4(x)
1.	$\sqrt[3]{(x^2-4x+3)^2}$	$\frac{4x^2+5}{4x+8}$	$\begin{cases} \frac{1+x^2}{\sqrt{1+x^4}}, x \le 0 \\ 2x, x>0 \end{cases}$	$y^2 - 2x^2 - 4$
2.	$\sqrt[3]{x(x^2+2)^2}$	$\frac{x^3-4x}{3x^2-4}$	$\begin{cases} 3\sin x - \cos^2 x, x \le 0 \\ 3\sqrt{1+x^2}, x>0 \end{cases}$	$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}-1$
3.	$\sqrt[3]{(6+x)x^2}$	$\frac{4x^3+3x^2-8x-2}{2-3x^2}$	$\begin{cases} 3\sin^2 x - \cos x, x \le 0 \\ \sqrt{2+x^2}, x>0 \end{cases}$	$\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{4}-1$
4.	$\sqrt[3]{x^2(x-6)}$	$\frac{2x^2-3x+1}{1-2x}$	$\begin{cases} \sqrt{1+x^2}, x \le 0 \\ \frac{x}{3}, x>0 \end{cases}$	$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}-1$
5.	$\sqrt[3]{x(x+3)^2}$	$\frac{x^3+3x^2-2x-2}{2-3x^2}$	$\begin{cases} \frac{3x^2}{1+x^2}, x \le 0 \\ \sqrt{1+\frac{2x}{1+x^2}}, x>0 \end{cases}$	$y^2 +4x^2 - 4$
6.	$\sqrt[3]{(3+x)x^2}$	$\frac{x^2-11}{4x-3}$	$\begin{cases} \sin x - 2\cos x, x \le 0 \\ \sqrt{1+x^2}, x>0 \end{cases}$	$\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{4}-1$
7.	$\sqrt[3]{x^2(x^2+2)^2}$	$\frac{4x^3+3x^2-2x-2}{x^2-1}$	$\begin{cases} \lvert x\rvert e^{-2x}, x<0 \\ \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, x \ge 0 \end{cases}$	$\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{9}-1$

8.	$\sqrt[3]{x^2(x+4)^2}$	$\frac{3x^2-7}{2x+1}$	$\begin{cases}\frac{1+\sin x}{1+2\cos x}, x\le 0\\ \sqrt{1+x}, x>0\end{cases}$	$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}-1$
9.	$\sqrt[3]{(x^2-2x-3)^2}$	$\frac{4x^3-x}{x^2-1}$	$\begin{cases}\frac{\lvert x\rvert}{1+x^2}, x<0\\ \sqrt{1+x}, x\ge 0\end{cases}$	$\frac{y^2}{36}+\frac{x^2}{16}-1$
10.	$\sqrt[3]{(x^2-x-3)^2}$	$\frac{15-x^3}{2x-1}$	$\begin{cases}\sqrt{1+2x^2}, x\le 0\\ \frac{1+x}{5+\cos x}, x>0\end{cases}$	$\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}-1$
11.	$\sqrt[3]{(x-4)^2(x+2)}$	$\frac{21-x^2}{7x-9}$	$\begin{cases}\frac{\sqrt{1+\lvert x\rvert}}{2+\lvert x\rvert}, x\le 0\\ \frac{1+x}{2}, x>0\end{cases}$	$\frac{y^2}{25}+\frac{x^2}{36}-1$
12.	$\sqrt[3]{(3+x)(x^2+6x+6)}$	$\frac{2x^2-6}{x-2}$	$\begin{cases}\frac{3+\sin^2 2x}{1+\cos^2 x}, x\le 0\\ 2\sqrt{1+2x}, x>0\end{cases}$	$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}-1$
13.	$\sqrt[3]{(x-4)^2(x^2+2)}$	$\frac{x^3+x^2-3x-1}{x^2-1}$	$\begin{cases}\frac{3+\sin x}{1+x^2}, x\le 0\\ 2x^2\cos^2 x, x>0\end{cases}$	$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}-1$
14.	$\sqrt[3]{(2+x)(x^2+4x+1)}$	$\frac{x^2-6x+4}{2-2x}$	$\begin{cases}\sqrt[3]{1+x^2}, x\le 0\\ \frac{1+x}{1+\cos^2 x}, x>0\end{cases}$	$\frac{y^2}{36}+\frac{x^2}{4}-1$
15.	$\sqrt[3]{(x-1)^2}-\sqrt[3]{(x-2)^2}$	$\frac{17-x^2}{4x-5}$	$\begin{cases}\frac{1+\cos x}{1+x^2}, x\le 0\\ x\cos x, x>0\end{cases}$	$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}-1$

ПРИМЕР 1. Построить график функции $f(x)=\sqrt[3]{x^2(x+3)}$ (рис. 1).

1. Определим функцию *f(x)*. Для этого в ячейки **A1:A21** необходимо ввести значение аргумента при помощи автозаполнения, в данном случае с шагом 0,5. В ячейку **B1** вводится значение функции, вычисляемое по формуле **=(A1^2*(A1+3))^(1/3)**. Ячейки **B2:B21** заполняются копированием формулы из ячейки **B1**.

2. Далее выделим диапазон **A1:B21** и воспользуемся «Мастером диаграмм». Для построения графика функции лучше выбрать точечную диаграмму, со значениями, соединенными сглаживающими линиями без маркеров. Чтобы график получился выразительным, можно определить промежуток изменения аргумента, увеличить толщину линий, выделить оси координат, нанести на них соответствующие деления, сделать подписи на осях и вывести заголовок.

	A	B
1	-5	-3,68403
2	-4,5	-3,12013
3	-4	-2,51984
4	-3,5	-1,82965
5	-3	0
6	-2,5	1,462009
7	-2	1,587401
8	-1,5	1,5
9	-1	1,259921
10	-0,5	0,854988
11	0	0
12	0,5	0,956466
13	1	1,587401
14	1,5	2,163374
15	2	2,714418
16	2,5	3,251479
17	3	3,779763
18	3,5	4,302126
19	4	4,820285
20	4,5	5,33534
21	5	5,848035

Рисунок 1

ПРИМЕР 2. Построить график функции $\dfrac{4x^2+5}{4x+8}$.

При построении этого графика следует обратить внимание на область определения функции. В данном случае функция не существует при обращении знаменателя в ноль. Решим уравнение: $4x+8\neq 0 \Rightarrow 4x\neq -8 \Rightarrow x\neq -2$. Следовательно, при определении значений аргумента следует помнить, что при $x=-2$ функция не определена. На рис. 2. видно, что значение аргумента задано в два этапа, не включая (-2) с шагом 0,2.

	A	B
15	-3	-10,25
16	-2,8	-11,3625
17	-2,6	-13,35
18	-2,4	-17,525
19	-2,2	-30,45
20		
21	-1,8	22,45
22	-1,6	9,525
23	-1,4	5,35
24	-1,2	3,3625
25	-1	2,25
26	-0,8	1,575
27	-0,6	1,15
28	-0,4	0,88125
29	-0,2	0,716667
30	0	0,625
31	0,2	0,586364
32	0,4	0,5875
33	0,6	0,619231
34	0,8	0,675

Рисунок 2

<u>ПРИМЕР 3</u>. Построить график функции $\dfrac{7x^2-3}{\sqrt{x^2-1}}$.

ОДЗ: $x^2-1\geq 0 \Rightarrow x^2\geq 1 \Rightarrow x=\pm 1 \Rightarrow x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Определение значения аргумента следует провести в два этапа. Например, от -5 до -1, а затем от 1 до 5,с шагом 0,1.

<u>ПРИМЕР 4</u>. Построить график функции $\begin{cases} 1+x, x<0 \\ e^x, x\in(0,1) \\ x^2, x\geq 1 \end{cases}$.

При построении этого графика следует использовать функцию ЕСЛИ. Например, в ячейке **А7** (рис. 3) находится начальное значение аргумента, тогда в ячейку **В7** необходимо ввести формулу:

=ЕСЛИ(А7<0;1+А7;ЕСЛИ(А7>=1;А7^2;EXP(А7))).

	A	B
7	-2	-1
8	-1,8	-0,8
9	-1,6	-0,6
10	-1,4	-0,4
11	-1,2	-0,2
12	-1	0
13	-0,8	0,2
14	-0,6	0,4
15	-0,4	0,6
16	-0,2	0,8
17	0	1
18	0,2	1,221403
19	0,4	1,491825
20	0,6	1,822119
21	0,8	2,225541
22	1	1
23	1,2	1,44
24	1,4	1,96
25	1,6	2,56
26	1,8	3,24
27	2	4

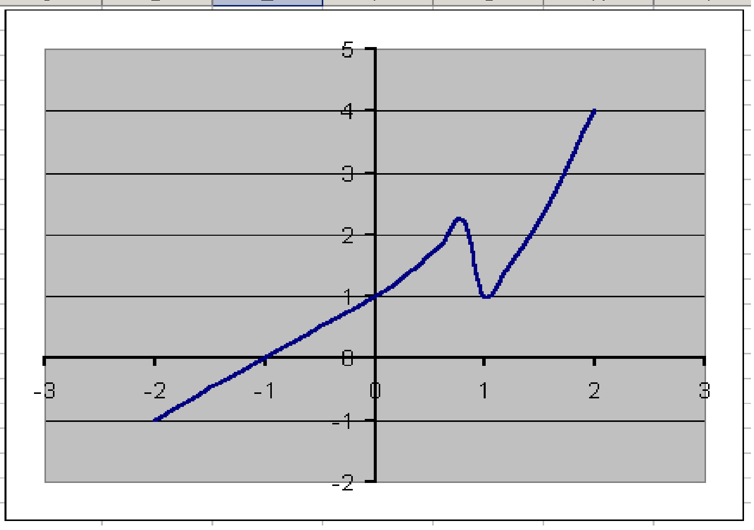

Рисунок 3

ПРИМЕР 5. Изобразите линию заданную неявно уравнением:

$$4y^2 + 5x^2 - 20 = 0.$$

Заметим, что заданная уравнением *f(x,y)=0* функция описывает кривую линию под названием *эллипс*. Это можно доказать, если произвести элементарные математические операции:

$$f(x,y) = 0 \Rightarrow 4y^2 + 5x^2 - 20 = 0 \Rightarrow$$
$$\frac{4y^2}{20} + \frac{5x^2}{20} - \frac{20}{20} = 0 \Rightarrow \frac{y^2}{5} + \frac{x^2}{4} = 1.$$

В связи с тем, что линия задана неявно, для ее построения необходимо разрешить заданное уравнение относительно переменной *y*:

$$4y^2 + 5x^2 - 20 = 0 \Rightarrow 4y^2 = 20 - 5x^2 \Rightarrow$$
$$y^2 = \frac{20 - 5x^2}{4} \Rightarrow$$
$$y = \pm\sqrt{\frac{20 - 5x^2}{4}} \Rightarrow y = \pm\frac{\sqrt{20 - 5x^2}}{2}$$

После проведенных преобразований можно увидеть, что линию *f(x,y)* можно изобразить, построив графики двух функций

$$f_1(x) = \frac{\sqrt{20 - 5x^2}}{2} \text{ и } f_2(x) = -\frac{\sqrt{20 - 5x^2}}{2}$$

в одной графической области.

Перед построением определим ОДЗ функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$.

Поскольку эти функции содержат в числителе выражение под знаком квадратного корня, то обязательным условием их существования будет выполнение следующего неравенства:

$$20 - 5x^2 \geq 0 \Rightarrow -5x^2 \geq -20 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow x \leq \pm 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \Rightarrow x \in [-2{,}2]$$

Теперь перейдем к построению графика.

Для этого в диапазон **A3:A43** введем значения аргумента (от -2 до 2 с шагом 0,1).

В ячейку **B3** введем формулу для вычисления значений функции $f_1(x)$:

=КОРЕНЬ(20-5*$A3^2)/2.

А в ячейку **C3** для вычисления значений функции $f_2(x)$:

=-КОРЕНЬ(20-5*$A3^2)/2.

Далее скопируем эти формулы до **B43** и **C43** соответственно (рис. 4).

	A	B	C
3	-2	0	0
4	-1,9	0,698212	-0,69821
5	-1,8	0,974679	-0,97468
6	-1,7	1,177922	-1,17792
7	-1,6	1,341641	-1,34164
8	-1,5	1,47902	-1,47902
9	-1,4	1,596872	-1,59687
10	-1,3	1,699265	-1,69926
11	-1,2	1,788854	-1,78885
12	-1,1	1,867485	-1,86748
13	-1	1,936492	-1,93649
14	-0,9	1,996873	-1,99687
15	-0,8	2,04939	-2,04939
16	-0,7	2,094636	-2,09464
17	-0,6	2,133073	-2,13307
18	-0,5	2,165064	-2,16506
19	-0,4	2,19089	-2,19089
20	-0,3	2,210769	-2,21077
21	-0,2	2,22486	-2,22486
22	-0,1	2,233271	-2,23327
23	0	2,236068	-2,23607
24	0,1	2,233271	-2,23327
25	0,2	2,22486	-2,22486
26	0,3	2,210769	-2,21077
27	0,4	2,19089	-2,19089
28	0,5	2,165064	-2,16506
29	0,6	2,133073	-2,13307
30	0,7	2,094636	-2,09464
31	0,8	2,04939	-2,04939
32	0,9	1,996873	-1,99687
33	1	1,936492	-1,93649
34	1,1	1,867485	-1,86748
35	1,2	1,788854	-1,78885
36	1,3	1,699265	-1,69926
37	1,4	1,596872	-1,59687
38	1,5	1,47902	-1,47902
39	1,6	1,341641	-1,34164
40	1,7	1,177922	-1,17792
41	1,8	0,974679	-0,97468
42	1,9	0,698212	-0,69821
43	2	0	0

Рисунок 4

Затем выделим диапазон **A3:C43** и воспользовавшись «Мастером диаграмм», построим графики функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ в одной графической области (рис. 5).

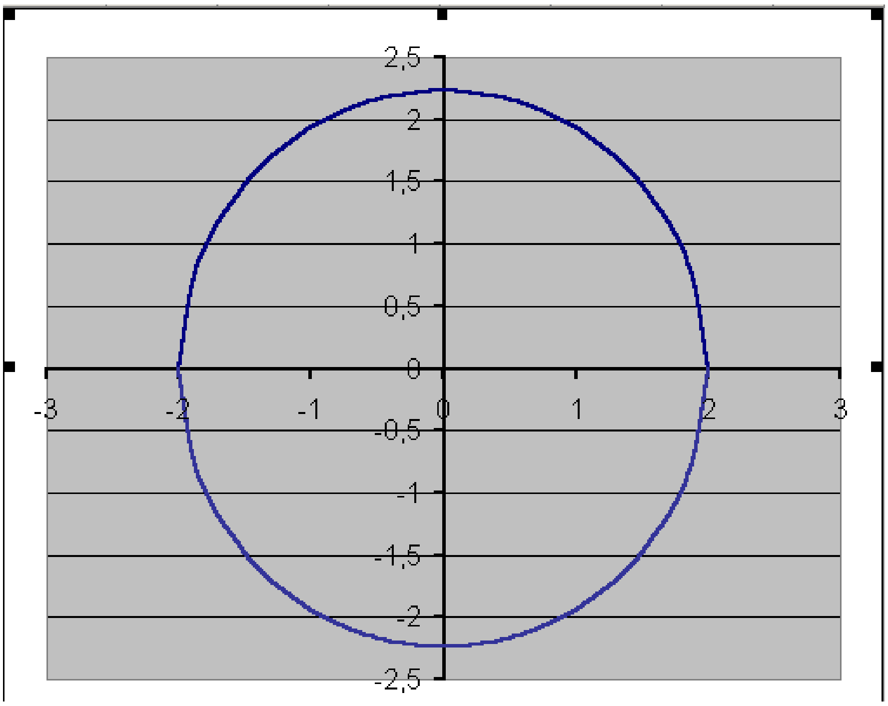

Рисунок 5

<u>ПРИМЕР 6</u>. Изобразите линию заданную неявно: $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$.

Данное уравнение описывает линию под названием *гипербола*. Разрешим его относительно переменной *y*:

$$\frac{y^2}{9}=\frac{x^2}{4}-1 \Rightarrow y^2=\frac{9}{4}\left(x^2-4\right) \Rightarrow y=\pm\frac{3}{2}\sqrt{x^2-4} \Rightarrow$$

$$\left(f_1(x)=\frac{3}{2}\sqrt{x^2-4},\ f_2(x)=-\frac{3}{2}\sqrt{x^2-4} \right)$$

Найдем ОДЗ функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$: $x^2-4 \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty,-2]\, u\, [2,+\infty)$.

Проведенные исследования показывают, что для построения графика необходимо значения аргумента задавать в два этапа, т.к. в диапазоне от -2 до 2 функция не определена (см. ПРИМЕР 2 и 3).

Задание значений функций $f_1(x)$, $f_2(x)$ и построение графика выполняется также как в ПРИМЕРЕ 5. Результаты представлены на рис. 6 и 7.

B1 =3/2*(A1^2-4)^(1/2)

	A	B	C	D
1	-5	6,873864	-6,87386	
2	-4,8	6,545227	-6,54523	
3	-4,6	6,213695	-6,21369	
4	-4,4	5,878775	-5,87878	
5	-4,2	5,539856	-5,53986	
6	-4	5,196152	-5,19615	
7	-3,8	4,846648	-4,84665	
8	-3,6	4,489989	-4,48999	
9	-3,4	4,124318	-4,12432	
10	-3,2	3,746999	-3,747	
11	-3	3,354102	-3,3541	
12	-2,8	2,939388	-2,93939	
13	-2,6	2,491987	-2,49199	
14	-2,4	1,989975	-1,98997	
15	-2,2	1,374773	-1,37477	
16	-2	0	0	
17				

C18 =-3/2*(A18^2-4)^(1/2)

	A	B	C	D
18	2	0	0	
19	2,2	1,374773	-1,37477	
20	2,4	1,989975	-1,98997	
21	2,6	2,491987	-2,49199	
22	2,8	2,939388	-2,93939	
23	3	3,354102	-3,3541	
24	3,2	3,746999	-3,747	
25	3,4	4,124318	-4,12432	
26	3,6	4,489989	-4,48999	
27	3,8	4,846648	-4,84665	
28	4	5,196152	-5,19615	
29	4,2	5,539856	-5,53986	
30	4,4	5,878775	-5,87878	
31	4,6	6,213695	-6,21369	
32	4,8	6,545227	-6,54523	
33	5	6,873864	-6,87386	

Рисунок 6

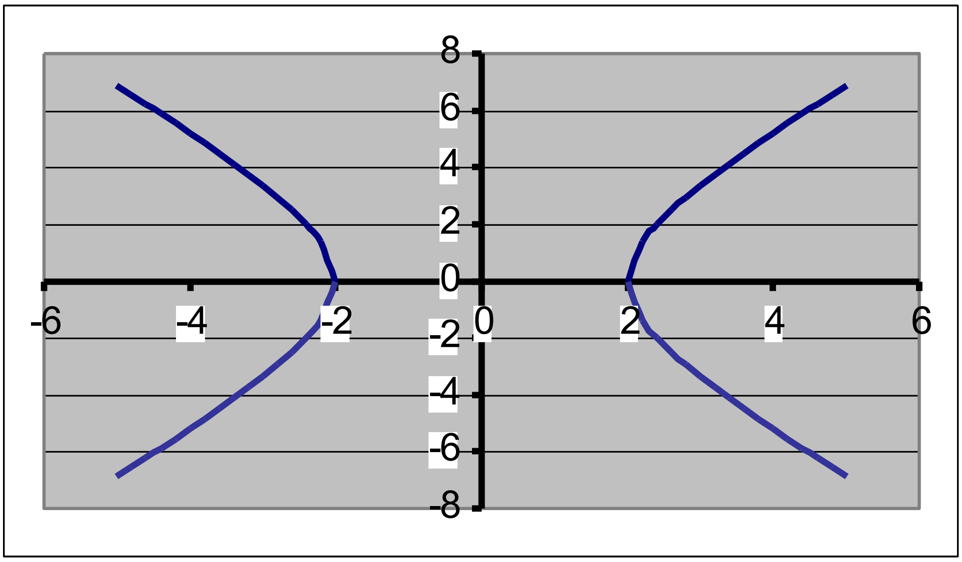

Рисунок 7